

## Study on Abbe's Principle in 6 DOF Parallel Kinematics

正 大岩 孝彰(静大工), 玉木 雅人(静大院)

Takaaki OIWA and Masato TAMAKI,

Shizuoka University, Johoku3-5-1, Hamamatsu, Shizuoka 432-8561

Conventional machine tools or coordinate measuring machines consisting of XYZ mechanism have difficulty to satisfy the Abbe's principle which is the basis of the precision mechanism. In other words, there are some offsets between the scale unit axes and the machining point or the measuring point. However, the machining point of machines based on the parallel kinematics can be located in the extension lines of the axes. In this study, the effects of the joint errors on the motion error of Hexapod mechanism has been analyzed by using a singular value decomposition. In this paper, it is proved that the point don't have to be located in the lines in the Hexapod. Because six actuating struts are employed, not only positions but also attitudes of the moving platform are able to be measured and actuated. In other word, the Hexapod can control the whole positions and attitudes of the platform. Thus, even if any offset exists between the machining point and the extensional lines, the point can be positioned precisely. Consequently, Hexapod enables to realize accurate machining and measurement regardless of Abbe's principle.

**Key words:** parallel mechanism, Abbe's principle, joint runout, motion error, Hexapod, error analysis

## 1. 緒 言

従来の直交座標型工作機械や測定機では、加工点や測定点をすべての測長ユニットあるいは駆動ユニットの延長線上に配置することが困難であった。つまり精密機械や測長器の基本原理であるアッベの原理<sup>(1)</sup>を満たしていないため、出力点の位置決め精度が機構の案内要素の姿勢誤差の影響を受けやすかった。これに対して、パラレルメカニズム型機械では、出力点を測長・駆動ユニットの延長線上近くに配置することができる。筆者らは空間3自由度パラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機の研究<sup>(2)</sup>において、このような配置のときにもっとも測定誤差が小さくなることを実験および誤差解析で示した。これは測長器におけるアッベの原理と同様に、対偶のガタや回転誤差などに起因する姿勢誤差が生じても、測長ユニット方向への並進誤差が二次的誤差となるためである。本研究では、より一般的な直進型の能動対偶6組を持つ6自由度のヘキサポッド機構(図1)について検討を行う。

## 2. 誤差解析結果と最適リンク配置

既報において、ヘキサポッド機構におけるジョイントの運動誤差が出力点の位置決め誤差に及ぼす影響について微

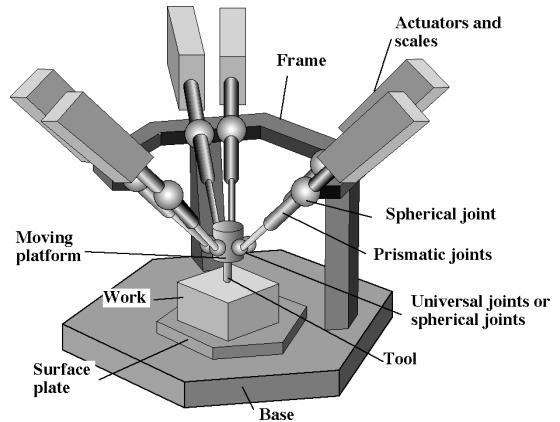


Fig. 1 Typical 6 DOF parallel mechanism with six active prismatic joints, namely Hexapod

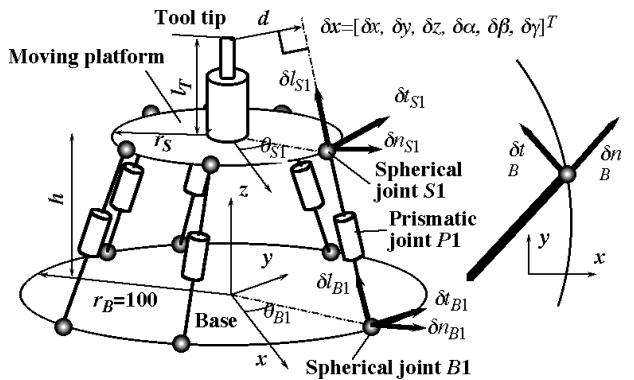


Fig. 2 Coordinate system and runout of spherical joints in Hexapod

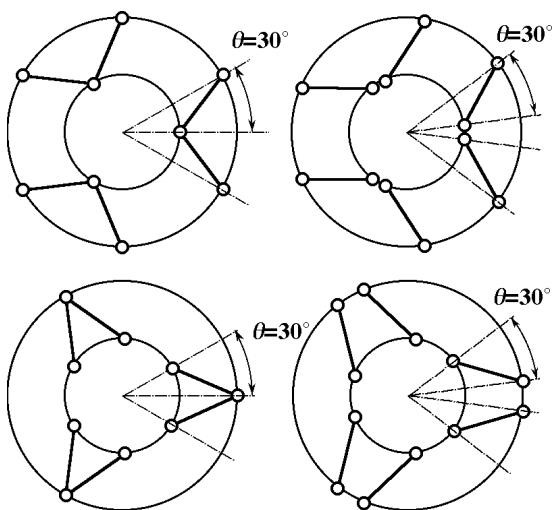
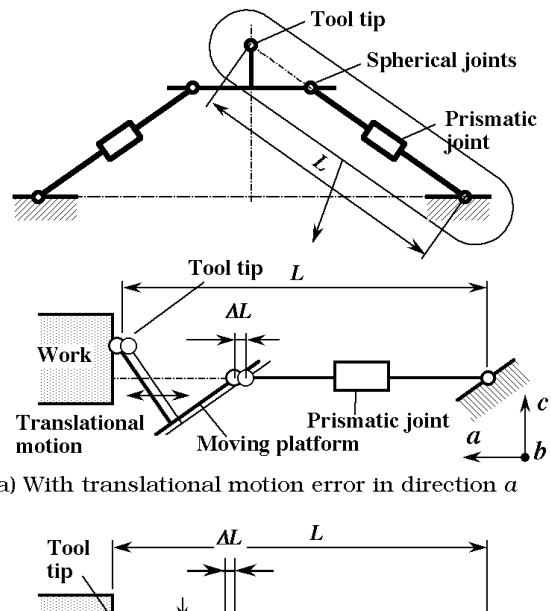


Fig. 3 Various link configurations with an angle difference  $\theta=30^\circ$



(a) With translational motion error in direction  $a$

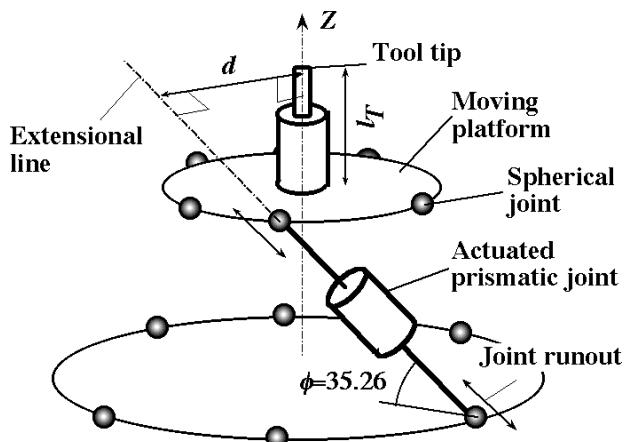


Fig. 4 Tool extension is optimized when distance  $d$  between link extensional line and tool line is minimized

小運動学を用いて誤差解析を行った結果、以下の結論を得ている<sup>(3)~(7)</sup>。

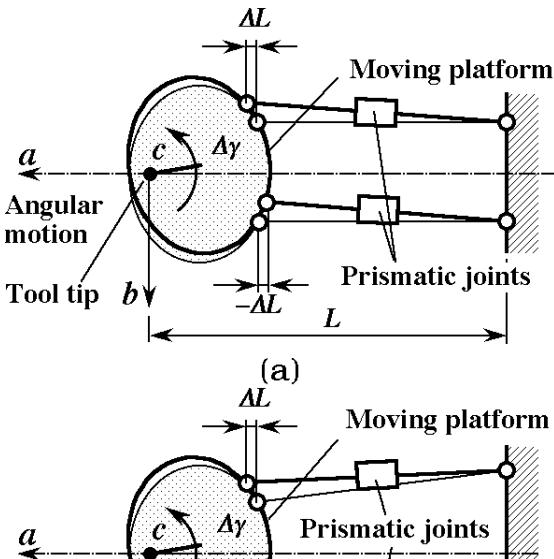
- (1) 球対偶の能動直進対偶方向の運動誤差（図2の $\delta_p$ ）は出力節の並進方向運動誤差に大きく影響を及ぼす。この方向に垂直な2方向の誤差（ $\delta_t$ および $\delta_n$ ）の影響は小さい。
- (2) 能動直進対偶とベースプラットフォームとの角度が $35.26^\circ$ （ $= \tan^{-1}(1/\sqrt{2})$ ）のとき球対偶の誤差の影響が最小になる。このとき、6本の能動対偶の2組3本は互いに直交する配置となる。そして誤差の拡大率は0.707倍で最小となる。
- (3) 固定節および出力節上の球対偶の位置角度差（図3）が同じ配置の場合は、同一の誤差解析結果が得られる。
- (4) 出力節上の出力点が能動対偶の延長線上と最も近付くとき、誤差の影響は最小となる。ただし、出力点は延長線を通る必要はない。

Fig. 5 Influence of platform motion errors on length in actuated prismatic joint direction

以上の(4)のような場合の最適なリンク配置の幾何学的関係を図4に示す。Z軸と直動対偶延長線はねじれの位置にあるが、最適な加工点の位置は直動対偶の延長線と工具の間が最も接近する点である。

### 3. アッペの原理との関係

本章では、既報<sup>(2)</sup>における3自由度パラレルメカニズムと同様に、一般的な一次元の測長機に適用されているアッペの原理が立体的な機構であるヘキサポッド機構にも適用できるかの検討を行う。図5は工具の固定されている出力節に、対偶の誤差に起因する姿勢変化などが生じたときの様子を、1本の連結連鎖について示している。機械が位置決め精度を保つには、図の右側の静止節上の球対偶から工具



**Fig. 6** Influence of platform angular motion around  $c$  axis on length of actuated joint

先端までの距離  $L$  の変化が、直進対偶の伸縮量と一致する  
必要がある。

例えば図(a)は、出力節が直進対偶方向(図中の  $a$  方向)に  $\Delta a$  だけ並進微動した場合である。この時は、 $\Delta a = \Delta L$  であり直接工具先端の位置決め誤差となる。このため、球対偶などの  $a$  方向の運動誤差は出力点の位置決め誤差に大きな影響を及ぼす。しかし他の方向の並進方向変位(  $b$  方向および  $c$  方向)があっても  $L$  方向の誤差とはならない。

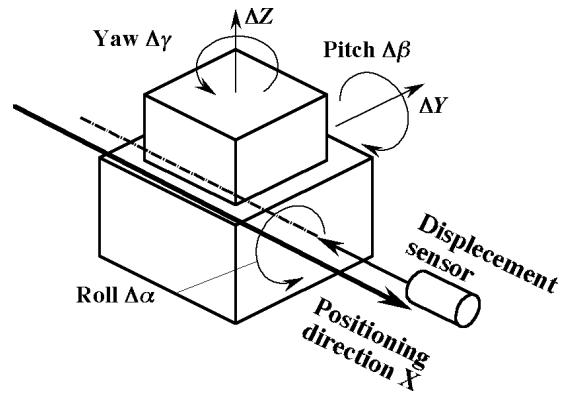
つぎに出力節に姿勢誤差がある場合の位置決め誤差に及ぼす影響について考察する。図(b)および(c)は出力節が工具先端を中心として  $b$  軸回りに  $\Delta\beta$  微小回転しているようすを表している。図(b)は、工具先端が直進対偶の延長線上になくオフセット  $e$  を持つ場合であり、誤差の大きさ  $\Delta L$  は図に示すように、

となり、角度  $\beta$  に関係なく誤差角度  $\Delta\beta$  とオフセット量  $e$  に比例して増大する。つまり一次的誤差となる。

以上に對して，図(c)は工具先端が直進対偶の延長線上にある場合であり，出力節が姿勢誤差を持っていても，直進対偶方向の誤差  $\Delta L$  は，

$$\Delta L = E(1 - \cos \Delta \beta) \approx \frac{E}{2} (\Delta \beta)^2 \quad \square \square \square \square \square \quad (2)$$

のように二次的誤差となり、距離 $L$ への影響は僅少に保たれる。式(1)と式(2)は一次元の測長器の誤差の式<sup>(8)</sup>と同じものである。また、オフセット $e$ の有無に関わらず、出力節の $a$ 軸周りの姿勢誤差は直進対偶方向の長さ $L$ にまったく影響



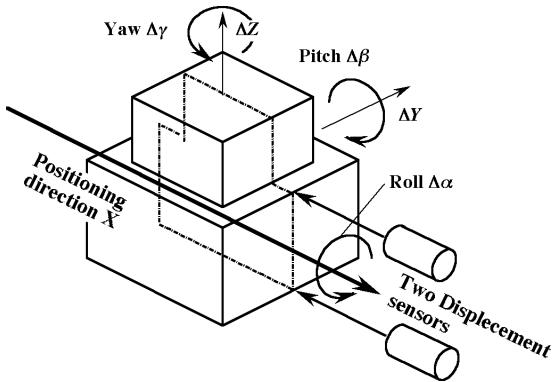
**Fig. 7** Output point must be located in extensional line of displacement sensor because one sensor doesn't measure any angular motion

を及ぼさない。

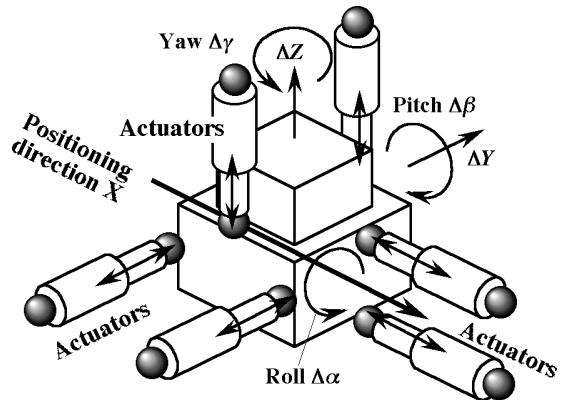
以上までの結果は既報の 3 自由度パラレルメカニズムの場合<sup>(2)</sup>と同一である。最後に出力節に  $c$  軸回りの姿勢誤差  $\Delta\gamma$  が発生したようすを図 6 に示す。図は  $c$  方向から見ている。3 自由度パラレルメカニズムでは工具先端が直進対偶の延長線上にあたたため、この姿勢誤差  $\Delta\gamma$  の影響は二次的誤差となった。図のヘキサポッド機構の場合は延長線上にないため、オフセット  $e$  の有無に関わらず直進対偶方向の誤差  $\Delta L$  が発生する。しかしへキサポッドなどの 6 自由度パラレルメカニズムでは並進の自由度 1 つあたり 2 本の直進対偶があるため、対になっているもう片方の直進対偶には大きさが等しく向きが反対の誤差  $-\Delta L$  が発生する。したがって静止節から工具先端までの距離は、姿勢誤差  $\Delta\gamma$  が存在する場合にも 2 本の直進対偶により正しく決定される。これは一次元の直動機構などのアッペの原理において、測定点を 1 台の測長ユニットの延長線上に配置できない場合には測長ユニットを 2 台用いて機構の姿勢誤差の影響をキャンセルする<sup>(9)</sup>のと同じ理屈である。以上が 2 章(4)において加工点が直進対偶の延長線上になくてもよい理由である。図 6(a)では 2 本の直進対偶が平行となっているが、図 (b)のように平行ではない場合も効果は同じである。以上とは対照的に、既報<sup>(2)</sup>で報告した 3 自由度メカニズムでは能動直進対偶が 3 本であるため、アッペの原理を満たすために工具先端をこれらの直進対偶の延長線上に配置する必要がある。

#### 4. 3次元的機構での考察

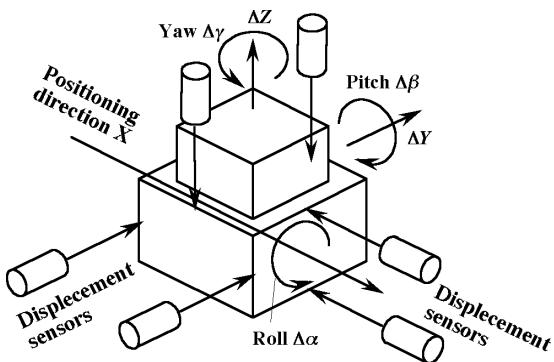
以上に述べてきた内容を図7のような1台の変位計を持つ位置決め機構を例に説明する。この変位計では1方向の並進運動しか測れないため、出力点を変位計の延長線上に配置しなくてはならない。オフセットがある場合は、前述と同様に変位計と出力点の各軸方向のオフセット量と各軸回りの姿勢誤差 $\Delta\alpha$ 、 $\Delta\beta$ および $\Delta\gamma$ のそれぞれの積に比例した位置決め誤差が発生する。



**Fig. 8** Output point must be located in a plane including extensional lines of two displacement sensors because two sensors can measure position and attitude of the work



**Fig. 10** Six actuators enable to control 6 DOF motion of work.



**Fig. 9** Output point can be located at any point because six sensors measure the whole positions and attitudes of the work

図8は2台の変位計を用いた例である。この場合はワークのx方向移動距離だけでなく、y軸回りの姿勢誤差すなわち $\Delta\beta$ を計測可能である。したがって、出力点が2台の変位計の2本の延長線を含む平面内に位置していれば、測定された姿勢誤差 $\Delta\gamma$ と既知のオフセットから姿勢誤差 $\Delta\gamma$ に起因する位置決め誤差を計算することが可能となる。

以上をさらに拡張すると、図9のように、6台の変位計を用いれば、ワークの3方向の並進運動と各軸回りの3方向の姿勢が計測可能となる。すなわち剛体の持つ6自由度の運動のすべてが計測できるから、各軸に対する出力点のオフセットと各軸回りの姿勢、そして各軸方向の並進変位から出力点の三次元座標値は出力点がどこにあっても正確に求めることができる。つまり6本のセンサを用いれば、出力点をすべてのセンサの延長線上に配置しなくてはならないという拘束から逃れることができ、機構設計に余裕ができる。

ここで、図9の変位計を図10のようにアクチュエータに置き換えれば、6方向の運動すなわち並進3方向と回転3方向について制御（駆動および計測）することが可能となる。これは、出力節に対して6本のアクチュエータが並列に配置されたヘキサポッド型のパラレルメカニズムそのも

のとなる。つまりこの機構を用いれば、出力節の6自由度の位置と姿勢を制御可能であるから出力点をすべてのセンサの延長線上に置く必要がない。

## 5. 結 言

直動型の能動対偶を持つ6自由度のヘキサポッド型パラレルメカニズムの高精度化を目的とし、アッベの原理について検討した結果、このようなパラレルメカニズムでは出力節の持つ6自由度すべての運動を計測・駆動することができるため、アッベの原理に縛られないことがわかった。

本研究の一部は平成13、14年度科研費基盤BおよびCにより行われた。

## 参 考 文 献

- (1) S. T. Smith and D. G. Chetwynd: Foundations of Ultraprecision Mechanism Design, Gordon and Breach Science Publishers, (1992)71.
- (2) 大岩孝彰、山口浩希：パラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機（第3報） アッベの原理，精密工学会誌，66，9（2000）1378.
- (3) 大岩孝彰、玉木雅人：6自由度パラレルメカニズムにおけるアッベの原理に関する研究（対偶の回転誤差が機構の運動誤差に及ぼす影響），機論(C編)，校閲終了。
- (4) 大岩孝彰、玉木雅人：パラレルメカニズムにおけるアッベのオフセットが運動誤差に及ぼす影響，日本機械学会第1回生産加工・工作機械部門講演会講演論文集，（1999）201。
- (5) 大岩孝彰、玉木雅人：パラレルメカニズムにおけるアッベの原理に関する研究，精密工学会秋季大会講演論文集，（1999）347。
- (6) 大岩孝彰、玉木雅人：パラレルメカニズムにおけるジョイントの回転誤差が運動誤差に及ぼす影響，精密工学会秋季大会講演論文集，（2000）247。
- (7) 大岩孝彰、玉木雅人：6自由度パラレルメカニズムのリンク配置に関する研究，精密工学会春季大会講演論文集，（2001）326。
- (8) 谷口 修：入門工業計測，実教出版，(1976)58。
- (9) 中沢 弘：やさしい精密工学 高精度化のための公理・原理，工業調査会，（1991）98。