

## 機械工学演習Ⅲ(機械力学第2回) 2自由度系の強制振動

### 解説：2自由度系の共振曲線

図のような2自由度ばね-質量系の強制振動を考える。運動方程式は

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \cos \omega t$$

である。解を

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} \cos \omega t$$

と仮定し、運動方程式に代入して整理すると

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1 \omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 - m_2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}$$

という連立方程式を得る。これを解いて

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1 \omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 - m_2 \omega^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[\ ]} \begin{bmatrix} k_2 + k_3 - m_2 \omega^2 & k_2 \\ k_2 & k_1 + k_2 - m_1 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}$$

したがって

$$A_1 = \frac{k_2 + k_3 - m_2 \omega^2}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 + k_3 - m_2 \omega^2) - k_2^2} F, \quad A_2 = \frac{k_2}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 + k_3 - m_2 \omega^2) - k_2^2}$$

となる。

### 課題：2自由度系の共振曲線をエクセルで描く

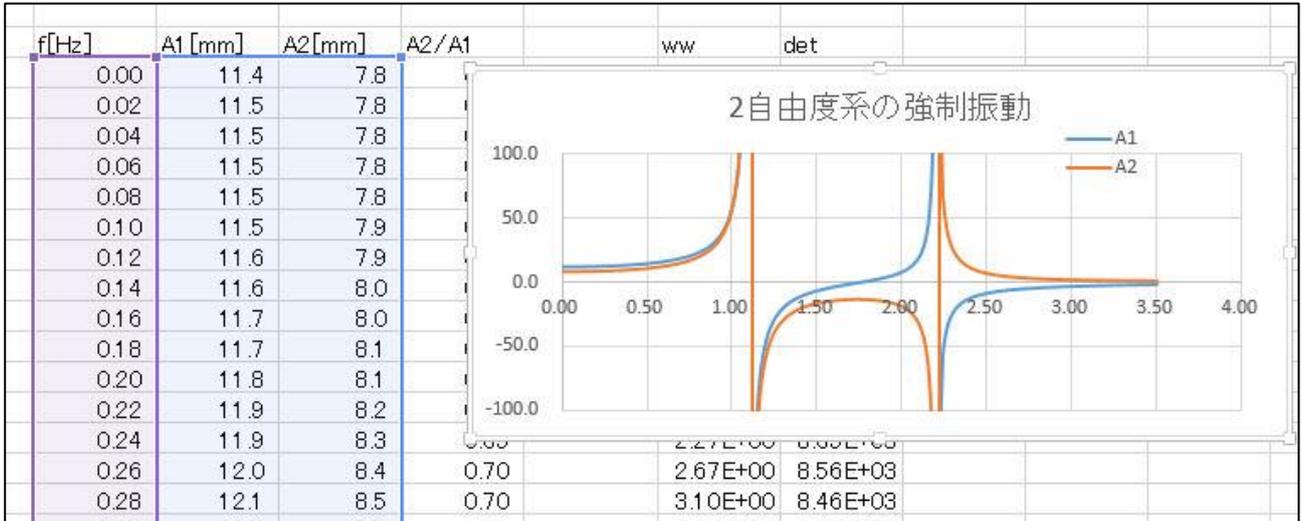
上の式を用いて、強制振動の振幅をエクセルで計算し、エクセルのグラフ機能を用いて共振曲線を描く。そのために、下のような表を作成する

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	m1 [kg]=	1.20						
2	m2 [kg]=	0.84						
3	k1 [N/m]=	64.49						
4	k2 [N/m]=	71.65						
5	k3 [N/m]=	33.57						
6								
7	F1 [N]=	1.00						
8								
9								
10								
11		f [Hz]	A1 [mm]	A2 [mm]	A2/A1		ww	det
12		0.00	11.4	7.8	0.68		0.00E+00	9.19E+03
13		0.02	11.5	7.8	0.68		1.58E-02	9.19E+03
14		0.04	11.5	7.8	0.68		6.32E-02	9.18E+03
15		0.06	11.5	7.8	0.68		1.42E-01	9.16E+03
16		0.08	11.5	7.8	0.68		2.53E-01	9.13E+03
17		0.10	11.5	7.9	0.68		3.95E-01	9.10E+03
18		0.12	11.6	7.9	0.68		5.68E-01	9.05E+03
19		0.14	11.6	8.0	0.69		7.74E-01	9.01E+03
20		0.16	11.7	8.0	0.69		1.01E+00	8.95E+03

- セル B1~B5 は系のパラメータで、前回の課題で用いた値を使用する。
- セル B7 は外力の振幅である。ここではとりあえず”1.0”を入力する。
- セル A12 は外力の振動数（単位は[Hz]）である。
- セル F12 は $\omega^2$ を計算するためのセルである。計算式は”=(A12\*2\*PI())^2”である。
- セル G12 は振幅の式の分母の値を計算するためのセルである。計算式は”=(B\$3+B\$4-

$(B5 * F12) * (B4 + B5 - B2 * F12) - B4 * B4$ である。

- セル B12 は、振幅  $A_1$  を計算するためのセルである。計算式は  $= (B4 + B5 - B2 * F12) / G12 * B7 * 1000$  である。
- セル C12 は、振幅  $A_2$  を計算するためのセルである。計算式は  $= (B4) / G12 * B7 * 1000$  である。
- セル D12 は、 $A_1$  と  $A_2$  の比を計算している。計算式は自分で考えること。
- 13 行以下は 12 行をコピーすれば良い。振動数は、第 2 モードの共振点を超えるところまで計算すること。
- 振幅が計算できたら、グラフを作成すること。グラフの体裁は、見本を参考に自分で整えること。特に縦軸の上限・下限は  $\pm 100$  程度に指定すること。



次に、共振している時の振動の形と振動モード（振幅比）の関係について検討する。まず、与えられたパラメータに対する系の固有振動数および振幅比を計算する（前回の課題参照）。次に、上で作成した表から共振振動数付近での  $A_2/A_1$  がどのような値となっているかを確認する。

1.04	91.9	94.9	1.03
1.06	134.8	142.0	1.05
1.08	264.3	284.4	1.08
1.10	105353.7	115875.2	1.10
1.12	-255.5	-287.5	1.13
1.14	-125.1	-144.1	1.15
1.16	-81.6	-96.4	1.18

2.14	55.7	51.9	1.04
2.16	52.0	-75.6	-1.45
2.18	106.6	-146.3	-1.37
2.20	19798.8	-25752.6	-1.30
2.22	-113.1	139.7	-1.24
2.24	-57.6	67.7	-1.18

※最終的に、応答のグラフを印刷して提出する。見本を参考に MS-Word にグラフを貼り付け、表題、学籍番号・氏名、それから計算に使ったパラメータおよび考察を記入し、印刷すること。

## 機械演習Ⅲ(機械力学第2回) 2自由度系の強制振動

学籍番号: 5071-0xxx

氏名: 静岡 太郎

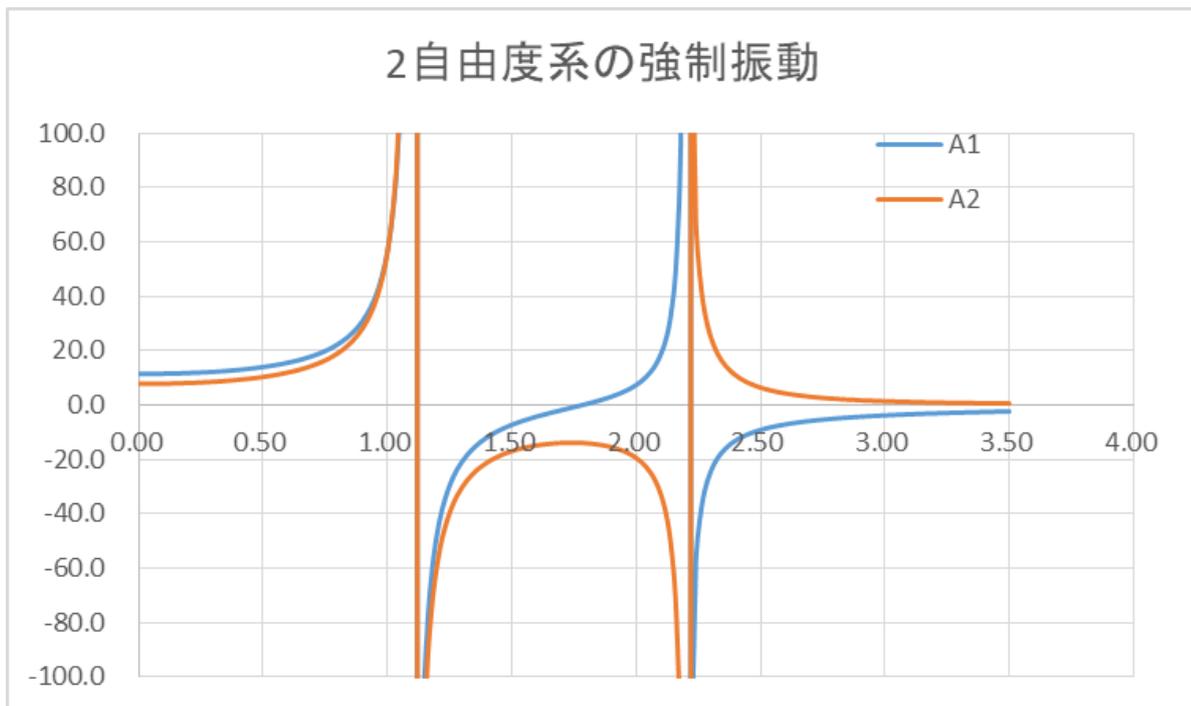
見本

## パラメータ

$m_1[\text{kg}] = 1.20$      $m_2[\text{kg}] = 0.84$      $k_1[\text{N/m}] = 64.49$      $k_2[\text{N/m}] = 71.65$      $k_3[\text{N/m}] = 33.57$

$f_1[\text{Hz}] = 1.10$      $f_2[\text{Hz}] = 2.20$      $r_1 = 1.100$      $r_2 = -1.300$

## 応答曲線



## 共振時の振動の形と振幅についての考察

.....  
 .....  
 .....